

Problème 064 – Star Wars : R2-D2 & BB8

Niveau : Troisième

Chapitres : Volumes, Trigonométrie (éventuellement : Théorème de Thalès)

Inédit, publié le 01/11/2019



R2-D2



BB8

Dans la saga Star Wars de Georges Lucas, les robots font partie des personnages les plus icônes. Parmi eux, le robot R2-D2 est l'un des rares qui apparaît dans tous les films de la saga, depuis le premier en 1977 (Star Wars, Episode IV, "Un nouvel espoir") jusqu'au dernier en 2019 (Star Wars, Episode IX, "L'Ascension de Skywalker"). Un autre robot plus récent mais déjà aussi connu, BB8, apparaît lui pour la première fois dans l'épisode VII, en 2015.

Dans ce problème, nous allons justement nous intéresser à ces deux personnages, en tentant d'approcher un calcul de leurs volumes respectifs. La **partie A** s'intéresse au volume de R2-D2; la **partie B** s'intéresse à celui de BB8. La partie B, en particulier la question B.2), nécessite une reprise de la démarche détaillée de la partie A, qui devra donc être bien comprise en premier.

On rappelle pour ce problème les formules :

$$\text{Volume d'une sphère de rayon } R: V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{Volume d'un cylindre de rayon } R \text{ et de hauteur } h: V = \pi R^2 h$$

$$\text{Volume d'un cône de hauteur } h \text{ avec une base de rayon } R: V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

On arrondira tous les résultats de longueurs en cm et volumes en cm^3 à un dixième près.

Partie A – R2-D2

R2-D2 est un robot bleu et blanc avec deux pattes et un tronc. Pour ce problème, on se concentrera uniquement sur le calcul du volume du tronc. Celui-ci est composé de **3 parties** (**Figure 1**):

- une demi-sphère supérieure de rayon 24 cm
- une partie cylindrique de même rayon et d'une hauteur de 55,6 cm
- une petite partie inférieure qui s'assimile à un cône tronqué renversé.

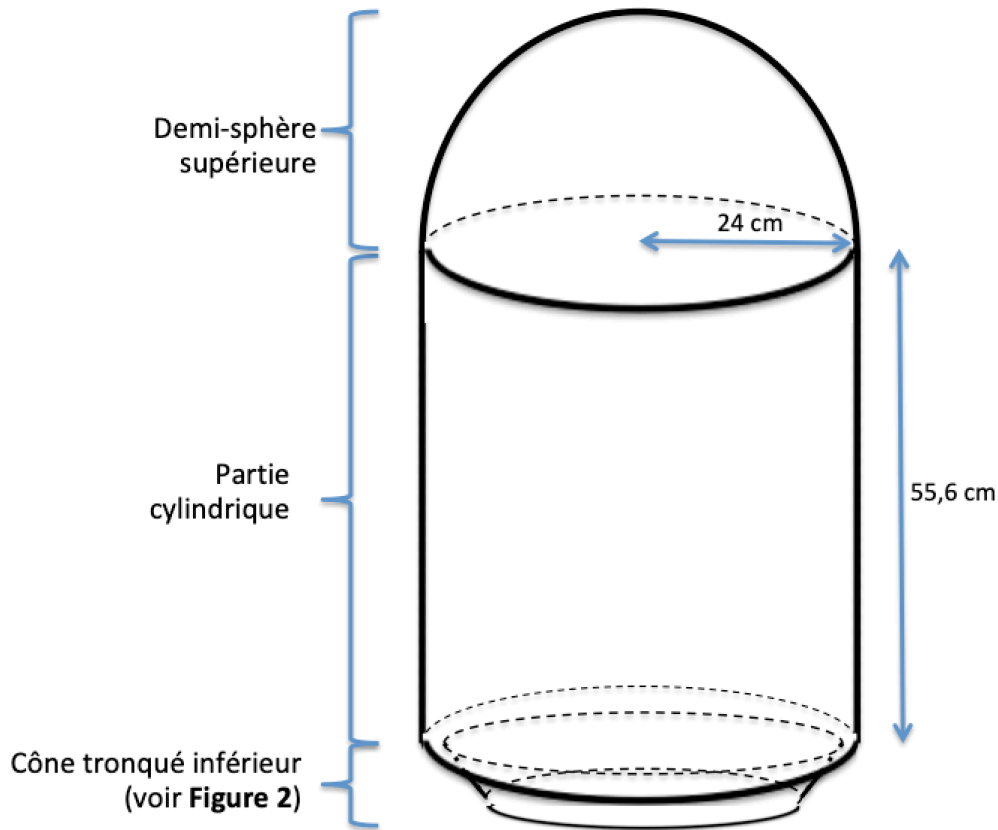


Figure 1 – Représentation schématique du tronc de R2-D2

1) Calculer le volume de la demi-sphère supérieure et celui de la partie cylindrique.

2) Pour la partie inférieure, le cône renversé a été tronqué **parallèlement à la base du cône**. Sur la **Figure 2**, la partie retirée du cône est représentée en gris. On note:

- S le sommet du cône qui a été tronqué.
- O le centre de la base.
- A un point du cercle de la base du cône tronqué.
- H le point de la hauteur et L le point de [SA] là où le cône a été tronqué.

On admet que les triangles SAO et SLH sont rectangles respectivement en O et H.

On a: $\widehat{SAO} = 60^\circ$, $OA = 22,3$ cm et $OH = 6,3$ cm.

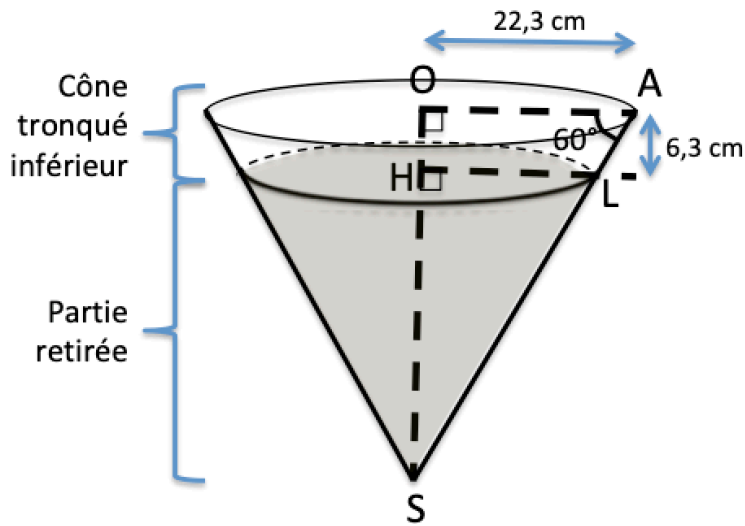


Figure 2 – Cône tronqué du tronc de R2-D2

- Déterminer la longueur OS.
 - En déduire le volume du cône non tronqué de sommet S et de génératrice SA.
 - Déterminer la longueur HL.
 - Calculer le volume du cône de sommet S et de génératrice SL (zone grise de la **Figure 2**).
 - En déduire le volume de la partie inférieure du tronc de R2-D2.
- 3) Déduire des questions 1) et 2) le volume total du tronc de R2-D2.

Partie B – BB8

BB8 est un robot orange et blanc composé d'une sphère entière de rayon 25,3 cm, surmonté d'un chapeau dont la forme est très similaire au tronc de R2-D2: une demi-sphère supérieure, une partie cylindrique, ici moins haute, et à nouveau un cône tronqué renversé (**Figure 3**). On note qu'ici, les trois parties ont un même rayon commun R. Les autres dimensions de ce chapeau sont indiquées sur la **Figure 3**.

On admet ici, même si c'est légèrement incorrect(*), que le volume de BB8 est la somme du volume de la sphère entière et de celui du chapeau.

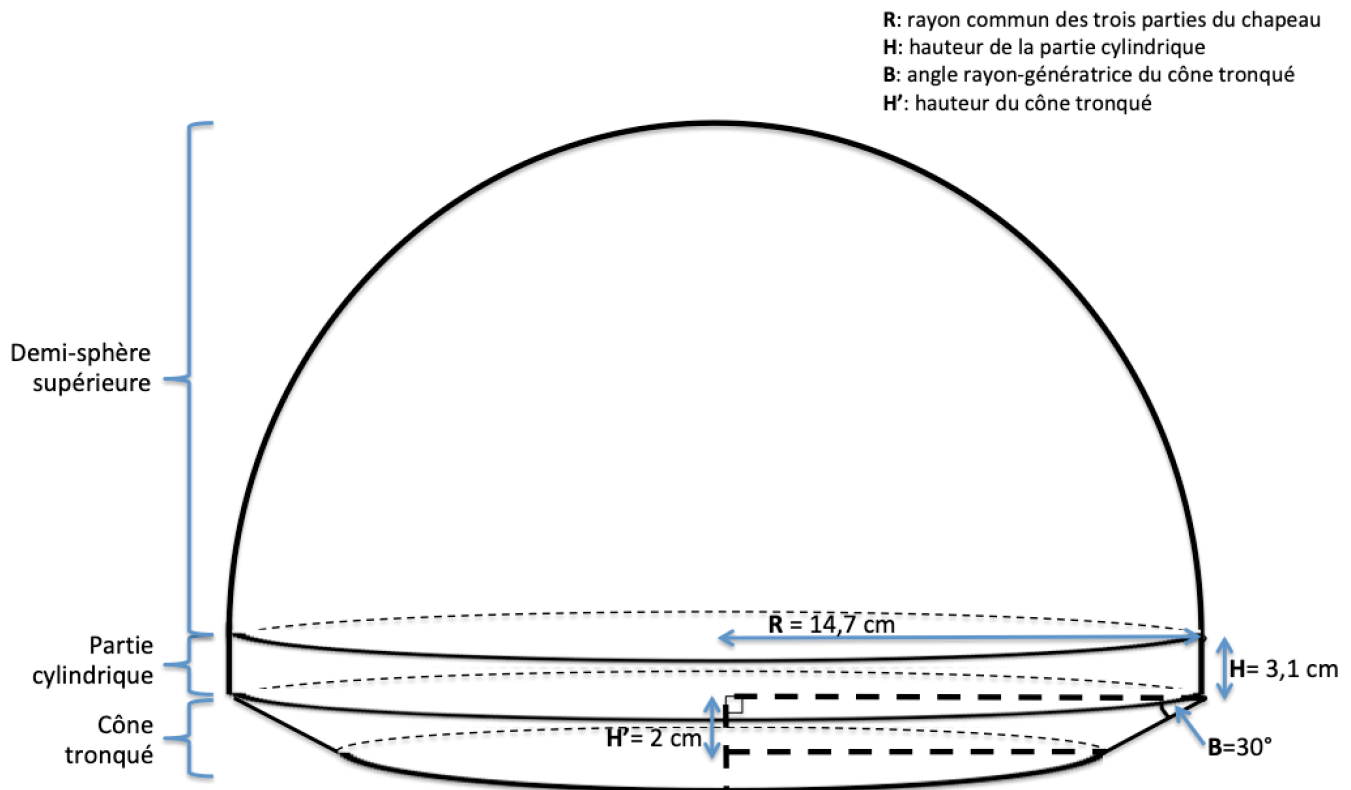


Figure 3 – Représentation schématique du chapeau de BB8

1) Calculer le volume de la sphère entière de BB8.

2) En s'inspirant des questions et de la démarche de la partie A, ainsi que des dimensions indiquées sur la **Figure 3**, prouver que le volume du chapeau de BB8 est environ égal à $9\,636\text{ cm}^3$.

Pour cette question, on pourra abréger la rédaction et montrer rapidement les calculs similaires à ceux de la partie A.

3) En déduire le volume total de BB8.

() Note de l'auteur: au delà des caractéristiques des robots (oeils, ouvertures etc...), si l'on regarde bien BB8, une toute petite partie de la sphère entière s'encastre dans le chapeau supérieur, ce qui veut dire qu'il faudrait, pour calculer le volume exact, retirer le petit volume où la sphère et le chapeau se chevauchent (voir **Figure 4**). On ignore pour ce problème le calcul de ce petit volume à supprimer, car cela demande des connaissances de mathématiques relativement élevées, de niveau universitaire.*

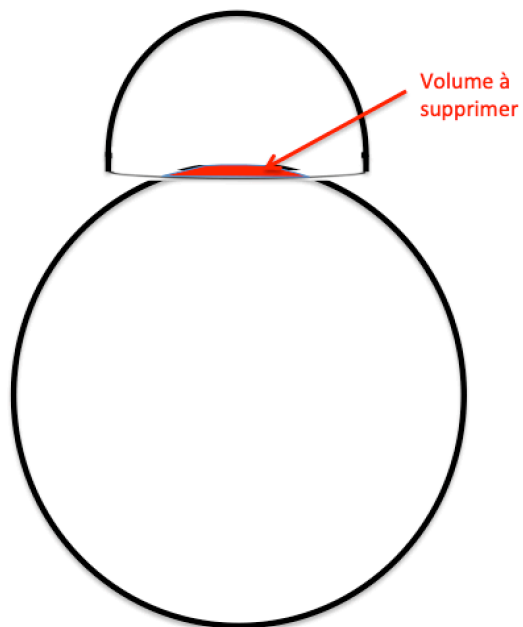


Figure 4 – Schéma de BB8 (Note: ce schéma n'est pas utile dans la résolution du problème)